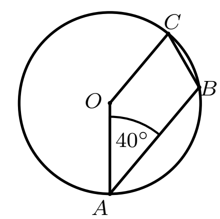
Test matematyczny do klasy uniwersyteckiej I e
dla uczniów szkół podstawowych
IV Liceum Ogólnokształcące im. Tadeusza Kościuszki w Toruniu
30.06.2025

1. Zadania krótkie:

   (a) Przez jaką największą potęgę liczby 2 dzieli się liczba $a = 4^{16} \cdot 16^4 - 2^{32} \cdot 32^2$.

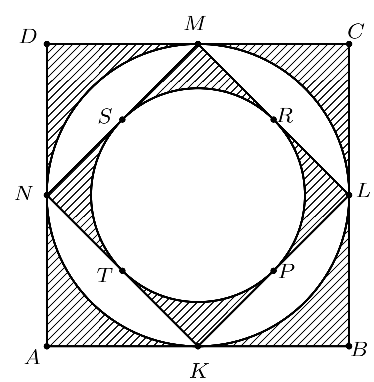
   (b) Cięciwa AB jest równoległa do promienia OC okręgu o środku O. Miara kąta OAB jest równa $40°$. Oblicz pozostałe kąty czworokąta $ABCO$.

   (c) Liczba a jest większa od liczby b o 10%. Liczba b jest mniejsza od liczby c o 9%. Która z liczb jest większa, a czy c, i o ile procent?

   (d) W układzie współrzędnych dane są trzy punkty: $A = (-4, -2),\ B = (1, 3), C = (-3, 5)$. Uzasadnij, że trójkąt ABC jest równoramienny.

2. Rozwiąż równanie:
$$0{,}6 \cdot \left[2{,}(2) - \left(-\frac{2}{3}\right)^2 \cdot (1 - x)\right] = \frac{1 + x}{1{,}8 - \frac{0{,}3}{0{,}3 - \frac{11}{20}}}.$$

3. Dwa lata temu matka była 10 razy starsza od córki. Za 10 lat matka będzie o 27 lat starsza od córki. Ile lat ma obecnie córka, a ile matka?



4. W kwadrat $ABCD$ o boku długości 4 wpisano okrąg styczny do boków w punktach $K,\ L,\ M,\ N$. W czworokąt $KLMN$ wpisano okrąg styczny w punktach $P,\ R,\ S,\ T$ (patrz rysunek). Który z obszarów wewnątrz $ABCD$ ma większe pole: obszar zakreskowany, czy obszar „biały”?

5. Jan spojrzał na zegar elektroniczny, który wskazywał godzinę $13:56$ i pomyślał: *„Każda następna cyfra jest większa od poprzedniej”*. Ile czasu w ciągu doby trwają na zegarze elektronicznym takie zapisy, w których *„każda następna cyfra jest większa od poprzedniej”*?

6. Punkty $X,\ Y,\ Z$ są środkami krawędzi bocznych AA', BB', CC' sześciennej kostki $ABCDA'B'C'D'$, a punkty $K,\ L,\ M,\ N$ środkami krawędzi $D'A',\ A'B',\ B'C',\ C'D'$ górnej podstawy. Z kostki tej odcięto trzy narożniki $KXLA', LYMB'$ i $MZNC'$, będące ostrosłupami. Ile ścian ma utworzona bryła? Narysuj siatkę otrzymanej bryły i podaj długości jej krawędzi wiedząc, że krawędź sześciennej kostki ma długość 6.

Uwaga!
Rozwiązania powinny zawierać komentarze i uzasadnienia.

Życzymy powodzenia!

Test matematyczny do klasy uniwersyteckiej I e

dla uczniów szkół podstawowych

IV Liceum Ogólnokształcące im. Tadeusza Kościuszki w Toruniu

17.06.2025

1. Zadania krótkie:

   (a) Pewne dwa boki trójkąta prostokątnego mają długości $\sqrt{2}$ i $\sqrt{3}$. Jaką długość ma trzeci bok tego trójkąta? Rozważ wszystkie przypadki.

   (b) Liczba b jest o 10% mniejsza od liczby a. Liczba d jest o 10% większa od liczby c. Średnia arytmetyczna liczb a i c jest równa średniej arytmetycznej liczb b i d. Oblicz różnicę liczb a i c.

   (c) Rozwiąż równanie: $2(x-2)(3-x) = (2x+5)(1-x)+9$.

   (d) Porównaj liczby a^2 i b^2, jeśli $a = 3\sqrt{2}+2\sqrt{3}$ i $b = 2\sqrt{3\sqrt{2}\cdot 2\sqrt{3}}$.

2. Oblicz: $\dfrac{7{,}2 - 3{,}6\cdot\left(0{,}5-\frac{1}{3}\right)}{5{,}(3)-3{,}5}\cdot\left[\left(-5\dfrac{1}{3}\right)^2 - \left(4\dfrac{2}{3}\right)^2\right] + \dfrac{44}{4-\frac{2}{4-\frac{3}{4}}}$.

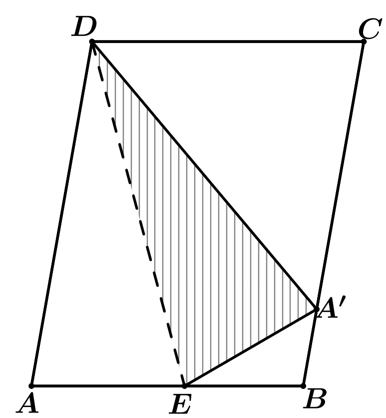
3. Uzasadnij, że jeśli a, b, c, d są różnymi od zera cyframi tworzącymi liczbę czterocyfrową $\overline{abcd}$, to liczba $\overline{abcd} - (\overline{ab} + \overline{cd})$ dzieli się przez 11.

4. Punkt $A = (6, -15)$ leży na okręgu o środku $S = (-12, 9)$. Odcinek AB jest średnicą tego okręgu. Oblicz:

   (a) współrzędne punktu B,

   (b) promień tego okręgu,

   (c) obwód i pole koła ograniczonego tym okręgiem.



5. Kartkę w kształcie równoległoboku zgięto wzdłuż prostej DE, w taki sposób, że wierzchołek A znalazł się na boku BC w położeniu A', tak jak na rysunku. Wiedząc, że $|\sphericalangle ADE| = 30^\circ$ i kąt BEA' jest mniejszy od kąta DAE o 40°, wylicz kąty trójkątów EBA' i $A'CD$.

6. Podstawą prostopadłościanu $ABCDA'B'C'D'$ jest kwadrat $ABCD$ o boku długości 4. Krawędzie boczne AA', BB', CC', DD' mają długości 12. Punktami wyróżnionymi w tym prostopadłościanie są wszystkie wierzchołki oraz środki wszystkich krawędzi bocznych. Rozważamy trójkąty o wierzchołkach w wyróżnionych punktach i o tej własności, że jeden z ich boków zawarty jest w podstawie $ABCD$. Narysuj wszystkie rodzaje takich trójkątów i podaj liczbę trójkątów każdego rodzaju oraz podaj długości boków w przypadku dwóch wybranych rodzajów trójkątów.

   Uwaga: Dwa trójkąty są tego samego rodzaju, jeśli utworzone są z takiego samego zestawu odcinków.

Uwaga!

Rozwiązania powinny zawierać komentarze i uzasadnienia.

Życzymy powodzenia!

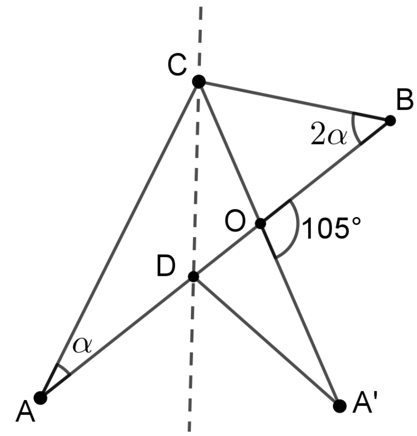
Test matematyczny do klasy uniwersyteckiej I e
dla uczniów szkół podstawowych
IV Liceum Ogólnokształcące im. Tadeusza Kościuszki w Toruniu
1.07.2024

1. Oblicz: $\dfrac{3{,}75}{1{,}5 - 4{,}5 \cdot \left(-4\frac{2}{3} + 5 \cdot \frac{2}{3}\right)^2} : \left(\sqrt{5 \cdot [(-0{,}8)^3 + (0{,}8)^2] : \left(\frac{3}{5} - 1\right)^2}\right).$

2. Uprość wyrażenie algebraiczne
$$\frac{1}{4}x \cdot \left[\frac{(8x-6y)\cdot(8x+6y)}{4} + (3y-2x)^2\right],$$
a następnie oblicz wartość liczbową tego wyrażenia dla $x = -\dfrac{\sqrt{3}}{5}$, $y = -\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

3. Uzasadnij, że jeśli a, b, c są dowolnymi cyframi różnymi od 0, to liczba $M = \overline{aba} + \overline{bcb} + \overline{cac}$ jest podzielna przez 3.

4. Wycięty z papieru trójkąt ABC ma kąt rozwarty o wierzchołku C oraz kąty ostre: $\sphericalangle CAB = \alpha$ i $\sphericalangle ABC = 2\alpha$. Fragment trójkąta, zawierający bok AC, zagięto wzdłuż prostej przechodzącej przez wierzchołek C oraz punkt D, leżący na boku AB w taki sposób, że odcinki AD i CD są równej długości. Po zgięciu kartki punkt A znalazł się w punkcie A' (rysunek). Kąt $A'OB$, powstały wskutek zgięcia kartki, ma miarę $105°$. Oblicz miary kątów trójkąta ABC.



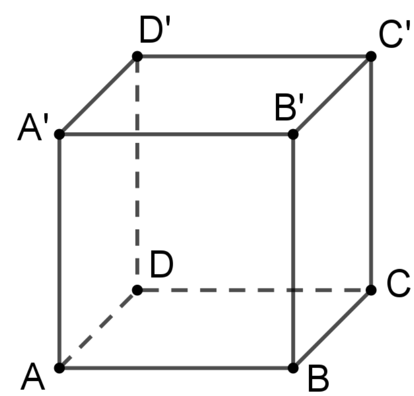
5. W układzie współrzędnych zaznaczono 7 punktów:
$A = (-2,-3)$, $B = (0,-3)$, $C = (3,-3)$, $D = (10,-3)$ oraz $K = (-5,4)$, $L = (1,4)$, $M = (9,4)$.
Ile jest różnych trójkątów o wierzchołkach w tych punktach?

6. Z sześcianu o podstawie $ABCD$ i krawędziach bocznych AA', BB', CC', DD' odcięto ostrosłup $A'BC'B'$.

   (a) Narysuj bryłę, która pozostała po odcięciu ostrosłupa, zaznaczając linią ciągłą krawędzie, które widać, oraz linią przerywaną krawędzie, których nie widać.

   (b) Narysuj siatkę tej bryły.

   (c) Oblicz pole powierzchni całkowitej tej bryły, jeśli długość krawędzi sześcianu jest równa a.



7. W dwóch beczkach znajdowało się łącznie 80 litrów wody. Z pierwszej beczki przelano do drugiej beczki tyle wody, że zawartość wody w drugiej beczce podwoiła się. Następnie z drugiej beczki przelano do pierwszej tyle wody, że zawartość wody w pierwszej beczce podwoiła się. Okazało się, że po tych operacjach w pierwszej beczce znalazło się tyle wody, ile było na początku w drugiej beczce. Ile litrów było w każdej z beczek na początku?

Uwaga!
Rozwiązania powinny zawierać komentarze i uzasadnienia.

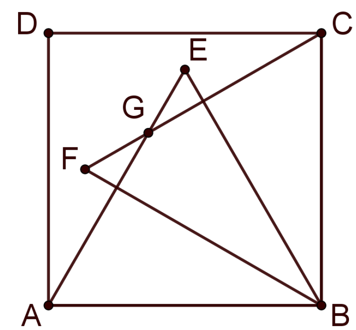
Życzymy powodzenia!

Test matematyczny do klasy uniwersyteckiej I e
dla uczniów szkół podstawowych
IV Liceum Ogólnokształcące im. Tadeusza Kościuszki w Toruniu
17.06.2024

1. Oblicz
$$\frac{5 \cdot \left[0{,}75 - 3{,}75 : \left(\frac{1}{0{,}6}\right)^2\right]^2}{\left(\sqrt{0{,}09}\right)^2 : \sqrt{1-(0{,}8)^2}}.$$

2. Uprość wyrażenie $2 \cdot [(3a-2b)\cdot(3a+2b) - 3a\cdot(2b-1)] - \frac{1}{2}\cdot(6a-2b)^2$, a następnie oblicz jego wartość liczbową dla $a = -1\frac{1}{3}$ i $b = -\frac{2}{\sqrt{5}}$.

3. W kwadracie $ABCD$ o boku 6 zawarte są dwa trójkąty równoboczne ABE i BCF (patrz rysunek).
Odcinki AE i CF przecinają się w punkcie G.



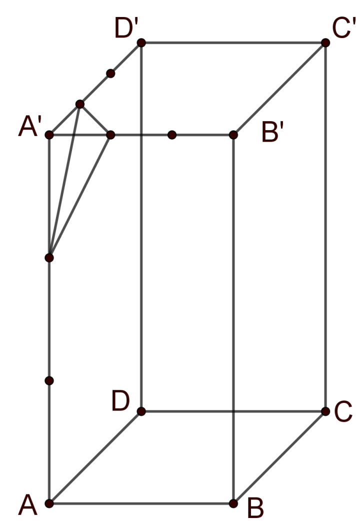
   a) Uzasadnij, że odcinki AE i BF są prostopadłe.
   b) Oblicz kąty czworokąta $BEGF$.
   c) Oblicz pole czworokąta $BEGF$.

4. Uzasadnij, że jeżeli a, b, c i d są cyframi różnymi od zera, to liczba $n = \overline{ab} + \overline{bc} + \overline{cd} + \overline{da}$ jest podzielna przez 11. (Zapis $\overline{ab}$ oznacza liczbę dwucyfrową o cyfrach a, b.)

5. W układzie współrzędnych zaznaczono punkty $A = (-2, 6)$, $B = (10, -10)$, $C = (0, -8)$. Punkt X jest środkiem odcinka AB, punkt Y jest środkiem odcinka CX. Oblicz pole trójkąta AYX.

6. Z cyfr 1, 2, 4, 6, 7 tworzymy liczby trzycyfrowe. Ile jest wśród nich:
   a) liczb parzystych o różnych cyfrach,
   b) liczb podzielnych przez 4 o różnych cyfrach,
   c) liczb podzielnych przez 12 o różnych cyfrach.

7. Kwadrat o boku długości 6 jest podstawą prostopadłościanu o krawędziach bocznych AA', BB', CC', DD' długości 12. Każdą z krawędzi prostopadłościanu podzielono na trzy równe części, po czym odcięto jednakowo wszystkie 8 narożników, przy czym cięcia przechodziły przez wyznaczone punkty. Na rysunku pokazano cięcie przy narożniku o wierzchołku A'. Oblicz sumę długości wszystkich krawędzi otrzymanej bryły oraz narysuj siatkę otrzymanej bryły.



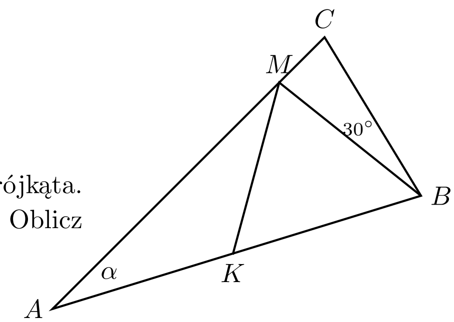
Uwaga!
Rozwiązania powinny zawierać komentarze i uzasadnienia.

Życzymy powodzenia!

Test matematyczny do klasy uniwersyteckiej I e
dla uczniów szkół podstawowych
IV Liceum Ogólnokształcące im. Tadeusza Kościuszki w Toruniu
3.07.2023

1. Oblicz
$$\frac{\dfrac{1}{6{,}4-2{,}4:\dfrac{18}{35}}-\left(\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{13}\right):2{,}25}{\left[(-0{,}2)^2-0{,}5\cdot\sqrt{0{,}04}\right]\cdot\dfrac{2}{0{,}24}}$$

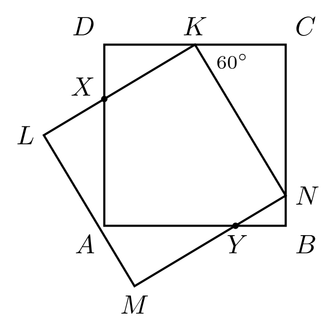
2. Wiadomo, że zmienna a nie przyjmuje wartości 0. Uprość wyrażenie:
$$(2a-b)\cdot(a+2b)+\frac{(a^2-3b)^2-(a^2+3b)^2}{4a}-(4a-4b)\cdot\left(\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}b\right).$$



3. Punkt K należy do boku AB trójkąta ABC, punkt M należy do boku AC tego trójkąta. Odcinki CB, BM, MK i KA są tej samej długości, a kąt MBC ma miarę $30°$. Oblicz miarę kąta $\alpha = \sphericalangle CAB$.

4. Cyfry a, b, c, d są różne od zera. Uzasadnij, że liczba $M=\overline{abcd}+\overline{bcda}+\overline{cdab}+\overline{dabc}$ jest podzielna przez liczbę 11. (Zapis $\overline{abcd}$ oznacza liczbę czterocyfrową o cyfrach a, b, c, d.)

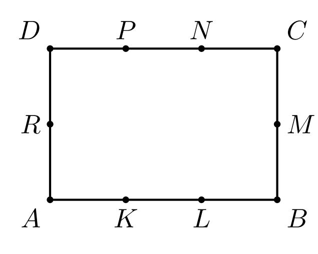
5. Pasażer pociągu, przejechawszy 20% całej trasy, zasnął i obudził się w momencie, gdy zostało mu do pokonania jeszcze 25% tej części trasy, którą przespał. Do końca podróży już nie zasnął. Jaką część trasy przejechał nie śpiąc?



6. Czworokąty $ABCD$ i $KLMN$ są częściowo nakrywającymi się kwadratami o boku długości 6. Punkt K jest środkiem boku CD. Kąt CKN ma miarę $60°$. Boki AD i KL przecinają się w punkcie X, boki AB i MN przecinają się w punkcie Y.

   a) Oblicz miary kątów trójkątów YBN, NCK i KDX.

   b) Oblicz obwód i pole pięciokąta $AYNKX$ i wyraź obie wielkości w jak najprostszy sposób.



7. Na bokach prostokąta $ABCD$ zaznaczono punkty K, L, M, N, P, R, jak na rysunku. Wiadomo, że wszystkie te punkty dzielą boki prostokąta na odcinki długości 1.

   a) Ile jest różnych odcinków o końcach w punktach A, K, L, B, M, C, N, P, D, R, i takich, które NIE ZAWIERAJĄ SIĘ w żadnym boku prostokąta?

   b) Odcinek LM rozcina prostokąt $ABCD$ na dwie figury, których pola pozostają w stosunku $1:11$. Są jeszcze trzy inne odcinki o tej własności: MN, PR i RK.

   Ile jest odcinków o końcach w wyróżnionych dziesięciu punktach, które rozcinają prostokąt na dwie figury, których pola pozostają w stosunku $1:5$, a ile w stosunku $1:2$? Wypisz te odcinki.

Uwaga!
Rozwiązania powinny zawierać komentarze i uzasadnienia.

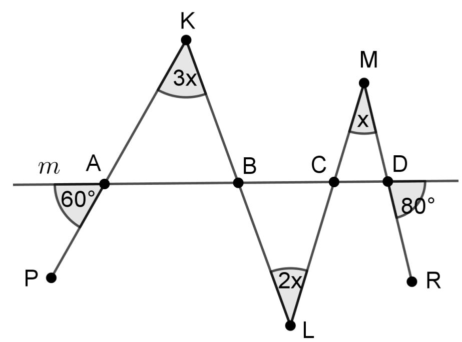
Życzymy powodzenia!

Test matematyczny do klasy uniwersyteckiej I e
dla uczniów szkół podstawowych
IV Liceum Ogólnokształcące im. Tadeusza Kościuszki w Toruniu
21.06.2023

1. Oblicz $$\frac{\sqrt[3]{\left(\frac{4}{9}-\frac{5}{12}\right):0{,}75}-\left[\left(-\frac{4}{9}\right):\left(\frac{5}{12}-0{,}75\right)\right]}{\left(-\frac{4}{9}\right)^2:(0{,}4)^2-\left(\frac{1}{8{,}1}+0{,}(1)\right)}.$$

2. Uprość wyrażenie $\frac{1}{2}\cdot x\cdot(3x-2y)\cdot(6x+4y)-[(x-2y^2)^2-x^2+3]$, a następnie oblicz jego wartość liczbową dla $x=-2\sqrt[3]{3}$ i $y=\frac{3}{\sqrt{2}}$.

3. Łamaną $PKLMR$ przecięto prostą m. Punkty A, B, C i D są punktami wspólnymi łamanej i prostej. Wskazane na rysunku kąty o wierzchołkach A i D mają miary odpowiednio $60°$ i $80°$. Wiadomo także, że $|\sphericalangle AKB|=3x$, $|\sphericalangle BLC|=2x$ i $|\sphericalangle CMD|=x$. Oblicz x i podaj miary wszystkich kątów wewnętrznych trójkątów ABK, BLC i CDM.



4. Uzasadnij, że jeżeli cyfry a i b są takie, że $a>b>0$, to liczba $n=\overline{aaab}-\overline{aaba}+\overline{abaa}-\overline{baaa}$ jest podzielna przez 9. (Zapis $\overline{aaab}$ oznacza liczbę czterocyfrową o cyfrach a, a, a, b.)

5. Basen ma trzy rury odpływowe. Używając tylko pierwszej z nich, można opróżnić basen w ciągu 6 godzin. Opróżnienie basenu przy użyciu tylko drugiej z nich zajmuje 8 godzin, a przy użyciu tylko trzeciej z nich 12 godzin. W celu opróżnienia pełnego basenu włączono wszystkie trzy urządzenia. Po 1 godzinie i 40 minutach zepsuł się najbardziej efektywny odpływ, a po dalszych 24 minutach trzeba było dodatkowo zablokować najmniej efektywny odpływ.

   Jak długo powinno jeszcze pracować jedyne sprawne urządzenie, aby całkowicie opróżnić basen? O ile procent wydłużył się całkowity czas opróżniania basenu w stosunku do czasu zamierzonego?

6. Ile jest liczb czterocyfrowych o tej własności, że iloczyn ich cyfr jest równy 18? Ile jest wśród nich liczb podzielnych przez 4?

7. Kwadrat $ABCD$ o boku długości 4 jest podstawą prostopadłościanu o krawędziach bocznych AA', BB', CC', DD' długości 6. Punkty K, L, M, i N są środkami krawędzi, odpowiednio, $A'B'$, $B'C'$, $C'D'$ i $D'A'$. Z prostopadłościanu odcinamy cztery ostrosłupy: $AA'KN$, $BB'LK$, $CC'ML$ i $DD'NM$.

   (a) Jakimi figurami są ściany otrzymanego po odcięciu ostrosłupów wielościanu? Narysuj każdą z różniących się ścian i podaj długości jej boków.

   (b) Oblicz pole powierzchni otrzymanego wielościanu.

Uwaga!
Rozwiązania powinny zawierać komentarze i uzasadnienia.

Życzymy powodzenia!

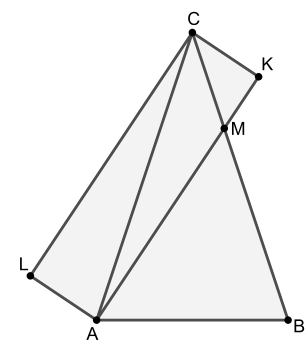
Test matematyczny do klasy uniwersyteckiej I e
dla uczniów szkół podstawowych
IV Liceum Ogólnokształcące im. Tadeusza Kościuszki w Toruniu
14.06.2022

1. Oblicz
$$\frac{\left(0{,}4-\frac{1}{3}\right):\left(\left(\frac{1}{3}\right)^2-(-0{,}4)^2\right)}{(0{,}(34)-0{,}(43))\cdot[(\sqrt{33}-\sqrt{44})(\sqrt{33}+\sqrt{44})-4]}.$$

2. Uprość wyrażenie
$$\frac{xy+(4x-y)(x+4y)}{4}-(x+2y)^2,$$
a następnie oblicz jego wartość liczbową dla $x=1-2\sqrt{2}$ i $y=-3\cdot\sqrt{\frac{2}{15}}$.

3. Wierzchołkami czworokąta $ABCD$ są punkty
$$A=(6,-11),\ B=(12,-7),\ C=(8,15),\ D=(-10,9).$$
Punkty M i P są odpowiednio środkami boków AB i CD. Punkty X i Y są odpowiednio środkami przekątnych AC i BD. Oblicz odległość między środkami odcinków MP i XY. Porównaj długości odcinków YM i PX. Jakim czworokątem jest $MXPY$?

4. Trójkąt ABC jest równoramienny, przy czym $|AC|=|BC|$. Czworokąt $AKCL$ jest prostokątem. Odcinki AK i BC przecinają się w punkcie M (patrz rysunek). Ponadto $|\sphericalangle ACB|=2\cdot|\sphericalangle LCA|$. Oblicz miary kątów wewnętrznych trójkąta ABC, jeśli wiadomo, że trójkąt ABM jest równoramienny. Rozważ wszystkie możliwe przypadki.



5. Z cyfr a i b, różnych od zera i takich, że $a>b$, tworzymy cztery liczby 4−cyfrowe: $\overline{aabb}$, $\overline{abab}$, $\overline{bbaa}$ i $\overline{baba}$. Uzasadnij, że liczba $2\cdot(\overline{aabb}-\overline{baba})-(\overline{abab}-\overline{bbaa})$ dzieli się przez 111.

6. Jeśli liczbę a powiększymy o 10%, a liczbę b pomniejszymy o 25%, to suma uzyskanych w ten sposób liczb będzie taka sama jak suma liczb a i b. Niech k będzie liczbą mniejszą o 25% od liczby a i niech m będzie liczbą większą o 10% od liczby b. Która z liczb jest większa, $a+b$, czy $k+m$? O ile procent suma $k+m$ różni się od sumy $a+b$?

7. Ile jest liczb 6-cyfrowych podzielnych przez 15, zbudowanych tylko z cyfr 2 i 0?

Uwaga!
Rozwiązania powinny zawierać komentarze i uzasadnienia.

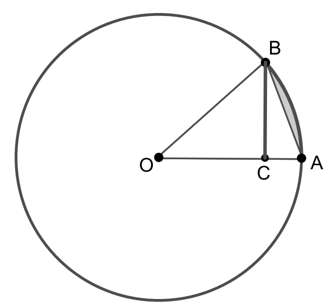
Życzymy powodzenia!

Test matematyczny do klasy uniwersyteckiej I e
dla uczniów szkół podstawowych
IV Liceum Ogólnokształcące im. Tadeusza Kościuszki w Toruniu
7.06.2022

1. Oblicz $\left(8 - \frac{5}{6-\frac{3}{4-\frac{1}{2}}}\right) : \frac{\frac{2}{3} - a}{2}$, gdzie $a = \frac{0{,}(5)}{0{,}5} \cdot 0{,}05$.

2. Uprość wyrażenie
$$(a-2b)^2 + \frac{1}{4}\left[(4a-b)(4a+b) - 3b^2\right] + 4ab,$$
a następnie oblicz jego wartość liczbową dla $a = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ i $b = -\frac{1}{\sqrt{3}}$.

3. Wierzchołkami trójkąta ABC są punkty
$$A = (-4, 3),\ B = (2, -7),\ C = (10, 5).$$
Punkt K jest środkiem boku AC, punkt M jest środkiem boku BC. Oblicz pole czworokąta $ABMK$.

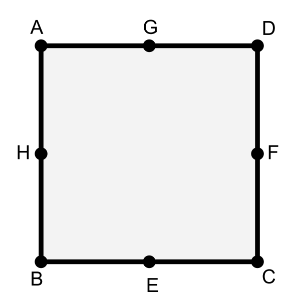


4. Punkty A i B leżą na okręgu o środku O i promieniu 8. W trójkącie OAB poprowadzono wysokość BC i $|BC| = 4$. Oblicz długości odcinków OC i CA oraz pole i obwód zacieniowanej figury (patrz rysunek).

5. Uzasadnij, że jeśli trzycyfrowa liczba $\overline{abc}$ jest podzielna przez 3, to liczba $M = \overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}$ jest podzielna przez 9.

6. Oszczędności Antka są o 50% większe od oszczędności Bartka. Antek otrzymał od Bartka 84 zł i w ten sposób zwiększył swój stan posiadania o 20%. Czy prawdą jest, że zasoby Bartka na początku były większe od obecnych o więcej niż 40%?

7. W kwadracie o boku 2 wyróżniono cztery wierzchołki oraz cztery środki boków (patrz rysunek). Rozważamy wszystkie możliwe trójkąty, których wierzchołkami są trzy punkty wybrane spośród wyróżnionych ośmiu punktów. Ile dostrzegasz różnych kształtów trójkątów o polu równym
a) $\frac{1}{2}$, b) 1, c) $\frac{3}{2}$, d) 2?
Do każdego z podpunktów podaj odpowiedni zestaw rysunków. Ile jest wszystkich trójkątów o polu równym 1?



Uwaga!
Rozwiązania powinny zawierać komentarze i uzasadnienia.

Życzymy powodzenia!

Test matematyczny do klasy uniwersyteckiej Ie
dla uczniów szkół podstawowych
IV Liceum Ogólnokształcące im. Tadeusza Kościuszki w Toruniu
15.06.2021

1. Oblicz
$$\frac{\left(\frac{4}{5}+\frac{6}{5}:\left(0{,}4-\frac{1}{0{,}4}\right)\right)\cdot\frac{7}{8}}{\left(-\frac{3}{7}\right)^2\cdot\left(\frac{3}{20}+\frac{2}{15}-\frac{5}{9}\right)}.$$

2. Uprość wyrażenie
$$\left[3x\left(3x-2y\right)+9y^2-(x-3y)^2\right]\cdot\left(\frac{1}{2}y\right)^4,$$
a następnie oblicz jego wartość liczbową dla $x=-0{,}4$ i $y=\sqrt{\frac{5}{2}}$.

3. Na prostej k znajdują się trzy punkty $A,\ B,\ C$. Na prostej l, równoległej do prostej k i od niej różnej, znajdują się cztery punkty $K,\ L,\ M,\ N$. Ile jest różnych trójkątów o wierzchołkach w tych punktach?

4. W trapezie równoramiennym $ABCD$ o dłuższej podstawie AB przekątna AC dzieli kąt ostry o wierzchołku A na dwa kąty o miarach, które pozostają w stosunku $1:2$. Przekątne AC i BD przecinają się w punkcie O i $|\sphericalangle DOA|=48^\circ$. Oblicz miary kątów tego trapezu. Rozważ wszystkie przypadki.

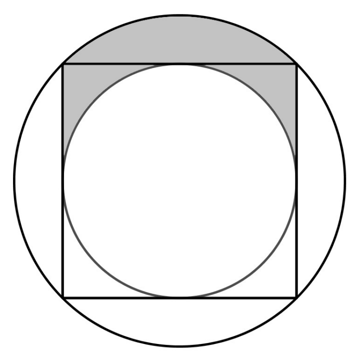
5. W dwóch beczkach było łącznie 160 litrów wody. Z pierwszej beczki przelano do drugiej tyle wody, że zawartość drugiej beczki wzrosła o 60%. Następnie z drugiej beczki przelano do pierwszej tyle wody, że zawartość pierwszej beczki wzrosła o 25%. Po tych dwóch operacjach obie beczki zawierały tyle samo wody. Ile wody było w każdej beczce na początku?

6. W pięciokącie $ABCDE$ kąty $ABC,\ ACD$ i DEA są proste. Ponadto $|DE|=|EA|$. Oblicz pole i obwód pięciokąta $ABCDE$ wiedząc, że $|AB|=3,\ |BC|=4,\ |CD|=12$.

7. W kwadrat o boku 8 wpisano okrąg i na tym kwadracie opisano okrąg (rysunek).

   (a) Porównaj pole mniejszego koła z polem pierścienia utworzonego przez oba te okręgi.

   (b) Oblicz pole zamalowanego obszaru.



Uwaga!
Rozwiązania powinny zawierać komentarze i uzasadnienia.

Życzymy powodzenia!

Test matematyczny do klasy uniwersyteckiej Ie
dla uczniów szkół podstawowych
IV Liceum Ogólnokształcące im. Tadeusza Kościuszki w Toruniu
08.06.2021

1. Oblicz
$$\frac{\left(1{,}2+\dfrac{1}{1{,}2-\dfrac{1}{1{,}2}}\right):\left(\dfrac{1}{3}-2\dfrac{3}{11}\right)}{3{,}2+1{,}8:\left(\dfrac{3}{5}-1{,}1\right)}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^4.$$

2. Uprość wyrażenie
$$\left[(5x-2)^2-4-16x(x-1)\right]\cdot(4{,}5x+2)+8x,$$
a następnie oblicz jego wartość liczbową dla $x=-\dfrac{\sqrt[3]{4}}{3}$.

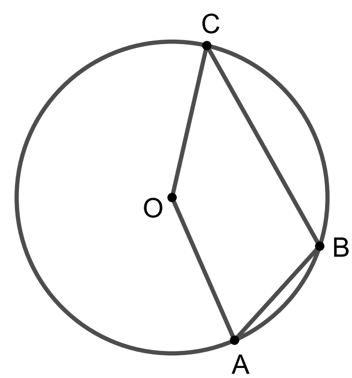
3. Ile jest liczb pięciocyfrowych podzielnych przez 4 i zapisanych tylko przy pomocy cyfr 2 i 4? Które z nich są podzielne przez 12?

4. Trójkąt ABC ma wierzchołki $A=(-9,2)$, $B=(7,-3)$, $C=(3,11)$. Punkt D jest środkiem odcinka BC, punkt E jest środkiem odcinka AD. Oblicz długość odcinka DE oraz pole trójkąta DCE.

5. Z ułamka $\dfrac{a}{b}$, gdzie a, b są liczbami całkowitymi dodatnimi, tworzymy dwa ułamki $\dfrac{c}{d}$ i $\dfrac{k}{l}$. Ułamek $\dfrac{c}{d}$ tworzymy z ułamka $\dfrac{a}{b}$, zwiększając licznik tego ułamka o 10% i zmniejszając mianownik tego ułamka o 20%. Ułamek $\dfrac{k}{l}$ tworzymy z ułamka $\dfrac{a}{b}$, zwiększając licznik tego ułamka o 20% i zmniejszając mianownik tego ułamka o 10%. Który z ułamków, $\dfrac{c}{d}$ czy $\dfrac{k}{l}$, jest większy?

6. Wierzchołki A, B, C czworokąta $ABCO$ należą do okręgu o środku O (rysunek). W czworokącie tym kąt wewnętrzny COA ma 150°, a kąt BCO jest dwa razy mniejszy od kąta OAB.

   Oblicz miary kątów wewnętrznych tego czworokąta przy wierzchołkach A, B i C.



7. Rowerzysta jadący ze stałą prędkością $20\frac{km}{h}$ wyruszył z miejscowości A do miejscowości B o 9:00. O tej samej godzinie z miejscowości B w kierunku miejscowości A wyruszył turysta, który poruszał się ze stałą prędkością $6\frac{km}{h}$. Rowerzysta i turysta spotkali się na trasie o 9:30. O której godzinie każdy z nich dotrze do swojego celu?

Uwaga!
Rozwiązania powinny zawierać komentarze i uzasadnienia.

Życzymy powodzenia!

Test matematyczny do klasy uniwersyteckiej Ie
dla uczniów szkół podstawowych
IV Liceum Ogólnokształcące im. Tadeusza Kościuszki w Toruniu
01.07.2020

1. Rozwiąż równanie z niewiadomą x:

$$\frac{2{,}58x}{5{,}3x - 2{,}5 \cdot \left(\dfrac{x - 1{,}2 \cdot 0{,}5}{\frac{3}{4} : 1{,}5} \right)} = \frac{3}{5}.$$

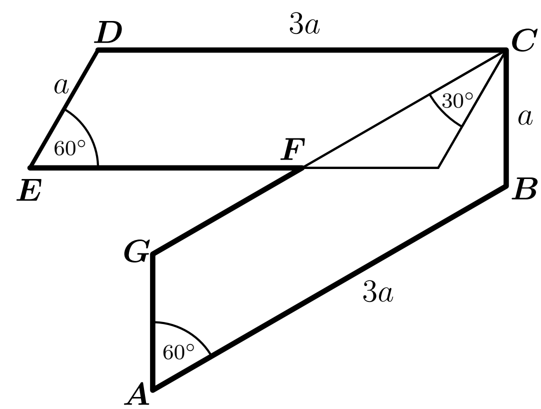
2. Dziesięciu członków rodziny odwiedziło małżeństwo świętujące jubileusz. Policzono, że średni wiek gości wynosił 30 lat. Gdy do pokoju, w którym przebywali wszyscy goście, weszli jubilaci, średni wiek osób obecnych w pokoju wzrósł o 20%. Wiadomo, że jubilat był starszy od żony o dwa lata. W jakim wieku byli jubilaci?

3. Uprość wyrażenie

$$12\left(a - \frac{b}{3}\right)(3a+b) - \left(9a^2 - (2b-3a)^2\right),$$

a następnie oblicz jego wartość dla $a = -\dfrac{2}{\sqrt{3}}$ i $b = \dfrac{1}{4\sqrt{6}}$.

4. Dwie identyczne kartki w kształcie równoległoboku o bokach a i $3a$ oraz kącie ostrym o mierze 60° ułożono jedną na drugiej, a następnie tę, która leżała na wierzchu obrócono o 30° dookoła wierzchołka jednego z kątów ostrych, podczas gdy kartka leżąca pod spodem pozostała nieruchoma (rysunek).



Powierzchnie obu kartek łącznie tworzą siedmiokąt $ABCDEFG$, zaznaczony na rysunku pogrubioną linią. Oblicz pole powierzchni i obwód tego siedmiokąta.

5. Z dwóch miejscowości wyruszają jednocześnie naprzeciw siebie dwaj piechurzy. Pierwszy z nich na przebycie całej drogi potrzebuje 1 godzinę i 20 minut, a drugi 2 godziny. Po ilu minutach od chwili wyruszenia w drogę piechurzy spotkają się?

   Jaki procent drogi przebytej do momentu spotkania pozostanie jeszcze każdemu z nich do przejścia? (Zakładamy, że każdy z nich porusza się ze swoją stałą prędkością.)

6. Wypisz wszystkie liczby sześciocyfrowe, których suma cyfr jest równa 3. Ile z nich to wielokrotności liczby 12?

7. W prostopadłościanie o krawędziach wychodzących z jednego wierzchołka długości 12, 12 i 24 środki każdych dwóch sąsiednich ścian połączono odcinkiem. Poprowadzone odcinki są krawędziami pewnego „nowego” wielościanu.

   - Podaj długości utworzonych odcinków.
   - Narysuj ściany „nowego” wielościanu i oblicz jego pole powierzchni całkowitej.
   - Narysuj siatkę tego wielościanu.

Uwaga!
Rozwiązania powinny zawierać komentarze i uzasadnienia.

Test matematyczny do klasy uniwersyteckiej Ie
dla uczniów szkół podstawowych
IV Liceum Ogólnokształcące im. Tadeusza Kościuszki w Toruniu
23.06.2020

1. Oblicz $\dfrac{2{,}4 + 12{,}6 : 8\frac{2}{5}}{\frac{62}{75} - 0{,}16} : [(\frac{2}{15} + \frac{1}{12}) : \frac{2}{3}]$.

2. Dane są punkty $A = (-3, -1)$, $D = (-6, 12)$, $X = (2, 3)$, przy czym punkt X jest równocześnie środkiem odcinka AC i odcinka DB. Znajdź współrzędne punktów B i D. Oblicz pole czworokąta $ABCD$.

3. Uprość podane wyrażenie
$$\frac{1}{2}[(4a-b)^2 - 4a(a-2b) - (2a-b)(2a+b)],$$
a następnie oblicz jego wartość dla $a = -\dfrac{\sqrt{6}}{2}$, $b = 1 + \sqrt{3}$.

4. Dany jest trójkąt ABC. Punkt D należy do boku BC, $|CA| = |CD|$ i $|\sphericalangle DAC| = 2|\sphericalangle BAD|$. Punkt E należy do boku AC i półprosta BE jest dwusieczną kąta ABC. Proste AD i BE przecinają się w punkcie O i $|\sphericalangle BOD| = 42^\circ$. Znajdź miary kątów trójkąta ABC.

5. Średnia obliczona z wielkości wydatków dokonanych od poniedziałku do piątku włącznie okazała się o 15% wyższa od średniej z wielkości wydatków poniesionych przez pierwsze cztery dni, która wynosiła 64 zł. Ile złotych wydano w piątek?

6. Wskaż wszystkie komplety cyfr, z których utworzone mogą być zapisy liczb czterocyfrowych o tej własności, że iloczyn ich cyfr jest równy 24.

   Znajdź wszystkie liczby czterocyfrowe podzielne przez 3, których iloczyn cyfr jest równy 24.

7. Z graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego, o wszystkich krawędziach długości 12, utworzono nowy wielościan w następujący sposób.

   - Wyznaczono środki wszystkich krawędzi.
   - Odcięto pojedynczy narożnik, zawierający jeden wierzchołek, w ten sposób, żeby płaszczyzna cięcia przechodziła przez środki trzech krawędzi wychodzących z tego wierzchołka.
   - W analogiczny sposób odcięto pozostałe narożniki płaszczyznami przechodzącymi przez wyznaczone na początku środki krawędzi.

   Jakiego kształtu ściany ma nowopowstały wielościan? Podaj długości ich boków i oblicz pole powierzchni całkowitej tej nowej figury przestrzennej.

Uwaga!
Rozwiązania powinny zawierać komentarze i uzasadnienia.

Test matematyczny do klasy uniwersyteckiej 1e
dla uczniów szkół podstawowych
IV Liceum Ogólnokształcące im. Tadeusza Kościuszki w Toruniu
4 czerwca 2019

1. Oblicz:

$$\frac{0{,}128 : 3{,}2 + 0{,}86}{0{,}8 + 1{,}2 \cdot \dfrac{5}{6}} \cdot \frac{\left(1\dfrac{32}{63} - \dfrac{13}{21}\right) \cdot 3{,}6}{0{,}003 - \left(0{,}12 + 4 \cdot \left(-\dfrac{1}{2}\right)^5\right) : 2{,}5}.$$

2. Dwie książki kosztowały łącznie 46 zł, przy czym 40% ceny jednej książki stanowiło 75% ceny drugiej książki. Tańsza książka potaniała o 20%, a droższa podrożała o 20%.
a) Jakie były ceny książek przed zmianami i po zmianach cen?
b) Czy prawdą jest, że różnica cen tych książek wzrosła więcej niż 2 razy?

3. Punkty $A = (-10, -3)$, $B = (-2, -13)$, $C = (6, 5)$, $D = (4, 15)$ są wierzchołkami czworokąta $ABCD$. Punkty K, L, M, N są odpowiednio środkami boków AB, BC, CD, DA.
a) Podaj współrzędne punktów K, L, M, N.
b) Oblicz pole i obwód czworokąta $KLMN$.
c) Jakie własności ma czworokąt $KLMN$?

4. Wskaż trzy ułamki zwykłe, które mają tę własność, że suma ich kwadratów jest równa sumie ich sześcianów, wiedząc, że drugi z tych ułamków jest dwa razy większy od pierwszego ułamka, a trzeci ułamek jest trzy razy większy od drugiego ułamka.

5. Na okręgu o środku O znajdują się punkty $A_1, A_2, \ldots, A_{10}$ o tej własności, że kąty A_1OA_2, A_2OA_3, $\ldots$, A_9OA_{10}, $A_{10}OA_1$ mają miarę $36°$. Punkty te są wierzchołkami dziesięciokąta $A_1A_2A_3 \ldots A_{10}$. Oblicz miary kątów przecięcia się przekątnych A_1A_3 i A_2A_4.

6. Na półce stały modele ostrosłupów trójkątnych, czworokątnych oraz prostopadłościanów. Nauczyciel zdjął z półki kilka modeli i postawił na stole. Zosia policzyła, że bryły te mają łącznie 37 wierzchołków i 33 ściany. Zbadaj, jakie modele nauczyciel postawił na stole.

7. Dany jest graniastosłup prawidłowy sześciokątny o podstawie $ABCDEF$ i krawędziach bocznych AA', BB', CC', DD', EE', FF'. Każdą parę wierzchołków graniastosłupa połączono odcinkiem. Odcinki, które **zawierają się** w którejkolwiek ścianie bocznej lub w którejkolwiek podstawie, są czerwone. Odcinki, które **nie zawierają się w żadnej ścianie bocznej i nie zawierają się w żadnej podstawie**, są niebieskie. Rozważamy trójkąty, których jednym z wierzchołków jest punkt A.
a) Których trójkątów jest więcej: tych, które mają dwa boki niebieskie i jeden czerwony, czy tych, które mają dwa boki czerwone i jeden niebieski?
b) Oblicz obwód jednego z trójkątów o dwóch bokach niebieskich i jednym czerwonym, wiedząc, że wszystkie krawędzie graniastosłupa mają długość 6 cm.

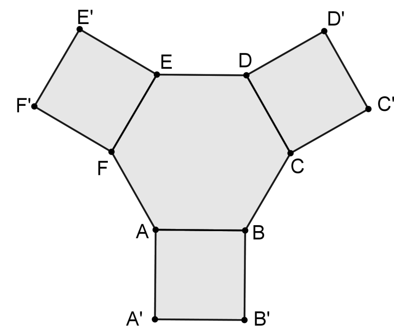
Uwaga!
Rozwiązania powinny zawierać komentarze i uzasadnienia.

Test matematyczny do klasy uniwersyteckiej 1e
dla uczniów szkół podstawowych
IV Liceum Ogólnokształcące im. Tadeusza Kościuszki w Toruniu
28 maja 2019

1. Oblicz:
$$\frac{0{,}32+0{,}68:1{,}7}{6{,}3+(-0{,}5)^3:\frac{1}{20}}\cdot 0{,}19\cdot\left(\frac{1}{0{,}9}-\frac{1}{0{,}4}\right).$$

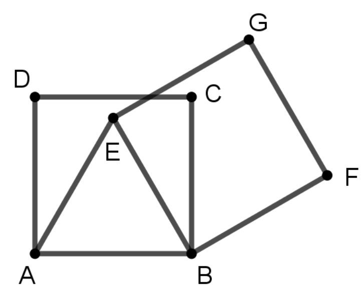
2. Dokładnie rok temu Józek miał 144 cm wzrostu. Przez ten rok jego wzrost zwiększył się o 6,25%. Brat Józka, Franek, jest obecnie wyższy od niego o 19 cm. Wzrost Franka przez ostatni rok zwiększył się o 7,5%.
a) Jakiego wzrostu Franek był przed rokiem?
b) Jakiego wzrostu są teraz obaj chłopcy?
c) O ile procent zmieniła się w ciągu ostatniego roku różnica między ich wzrostem?

3. Na bokach AB, CD i EF sześciokąta foremnego $ABCDEF$ zbudowano kwadraty $AA'B'B$, $CC'D'D$ i $EE'F'F$, których wnętrza nie zawierają się we wnętrzu sześciokąta (patrz rysunek).
Długość boku sześciokąta jest równa 2. Oblicz pole sześciokąta $A'B'C'D'E'F'$.



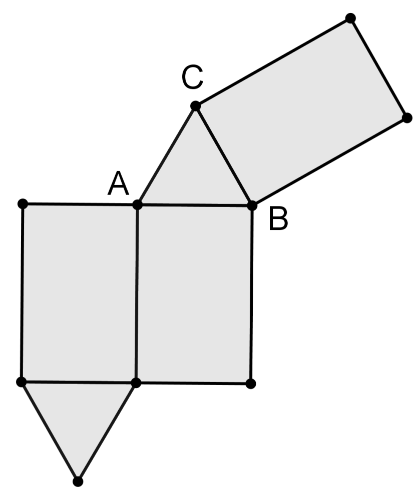
4. Uprość wyrażenie $4x\left(3x\left(2x\left(x-1\right)+3x\right)-4x^2\right)+4x^3$,
a następnie oblicz jego wartość liczbową dla $x=-\sqrt{\frac{3}{2}}$.

5. Czworokąt $ABCD$ jest kwadratem. Trójkąt ABE jest równoboczny i zawiera się w kwadracie $ABCD$. Czworokąt $BFGE$ jest kwadratem, który nie zawiera trójkąta ABE (patrz rysunek). Uzasadnij, że trójkąt BGD jest równoboczny.



6. Dane są punkty $A=(0,0)$, $B=(0,1)$, $C=(0,2)$, $D=(1,0)$, $E=(2,0)$ $F=(0,-1)$. Rozważamy wszystkie trójkąty, których wierzchołkami są trzy punkty wybrane spośród wymienionych punktów.
a) Ile różnych liczb potrzeba, aby wyznaczyć przez nie pola tych trójkątów?
b) Dla każdej wartości pola wymień wszystkie trójkąty, które mają wskazane pole.
Uwaga: Dwa różne trójkąty mają co najwyżej dwa wierzchołki wspólne.

7. Mrówka wędruje po powierzchni graniastosłupa prawidłowego trójkątnego o podstawie ABC i krawędziach bocznych AA', BB' i CC'. Wiadomo, że $|AB|=6$, $|AA'|=8$. Trasa mrówki składa się z odcinków tworzących łamaną $AKLMNOA$, przy czym punkty K, L, M, N, O są odpowiednio środkami krawędzi AB, BB', $B'C'$, $A'C'$ i AA'.
a)Oblicz długość trasy mrówki.
b) Narysuj trasę mrówki na szkicu przestrzennym graniastosłupa oraz na siatce naszkicowanej obok.
c) Czy któreś z odcinków trasy są równoległe?



Uwaga!
Rozwiązania powinny zawierać komentarze i uzasadnienia.