

**Test matematyczny do klasy uniwersyteckiej I e
dla uczniów szkół podstawowych
IV Liceum Ogólnokształcące im. Tadeusza Kościuszki w Toruniu
3.07.2023**

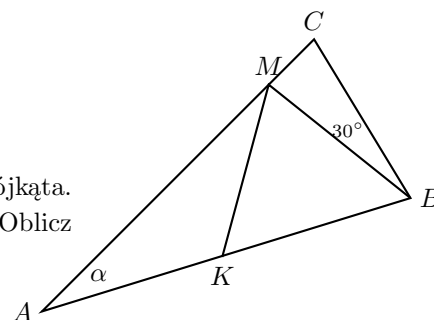
1. Oblicz

$$\frac{\frac{1}{6,4 - 2,4 : \frac{18}{35}} - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{13}\right) : 2,25}{[(-0,2)^2 - 0,5 \cdot \sqrt{0,04}] \cdot \frac{2}{0,24}}$$

2. Wiadomo, że zmienna a nie przyjmuje wartości 0. Uprość wyrażenie:

$$(2a - b) \cdot (a + 2b) + \frac{(a^2 - 3b)^2 - (a^2 + 3b)^2}{4a} - (4a - 4b) \cdot \left(\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b\right).$$

3. Punkt K należy do boku AB trójkąta ABC , punkt M należy do boku AC tego trójkąta. Odcinki CB , BM , MK i KA są tej samej długości, a kąt MBC ma miarę 30° . Oblicz miarę kąta $\alpha = \angle CAB$.



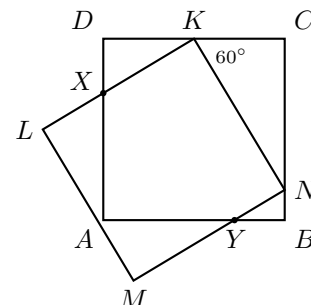
4. Cyfry a, b, c, d są różne od zera. Uzasadnij, że liczba $M = \overline{abcd} + \overline{bcda} + \overline{cdab} + \overline{dabc}$ jest podzielna przez liczbę 11. (Zapis $\overline{abcd}$ oznacza liczbę czterocyfrową o cyfrach a, b, c, d .)

5. Pasażer pociągu, przejechawszy 20% całej trasy, zasnął i obudził się w momencie, gdy zostało mu do pokonania jeszcze 25% tej części trasy, którą przespał. Do końca podróży już nie zasnął. Jaką część trasy przejechał nie śpiąc?

6. Czworokąty $ABCD$ i $KLMN$ są częściowo nakrywającymi się kwadratami o boku długości 6. Punkt K jest środkiem boku CD . Kąt CKN ma miarę 60° . Boki AD i KL przecinają się w punkcie X , boki AB i MN przecinają się w punkcie Y .

a) Oblicz miary kątów trójkątów YBN , NCK i KDX .

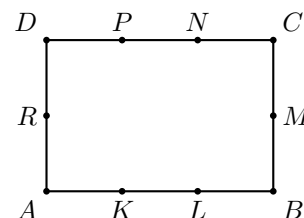
b) Oblicz obwód i pole pięciokąta $AYNCKX$ i wyraż obie wielkości w jak najprostszy sposób.



7. Na bokach prostokąta $ABCD$ zaznaczono punkty K, L, M, N, P, R , jak na rysunku. Wiadomo, że wszystkie te punkty dzielą boki prostokąta na odcinki długości 1.

a) Ile jest różnych odcinków o końcach w punktach $A, K, L, B, M, C, N, P, D, R$, i takich, które NIE ZAWIERAJĄ SIĘ w żadnym boku prostokąta?

b) Odcinek LM rozcina prostokąt $ABCD$ na dwie figury, których pola pozostają w stosunku 1 : 11. Są jeszcze trzy inne odcinki o tej własności: MN , PR i RK .



Ile jest odcinków o końcach w wyróżnionych dziesięciu punktach, które rozcinają prostokąt na dwie figury, których pola pozostają w stosunku 1 : 5, a ile w stosunku 1 : 2? Wypisz te odcinki.

Uwaga!

Rozwiązania powinny zawierać komentarze i uzasadnienia.

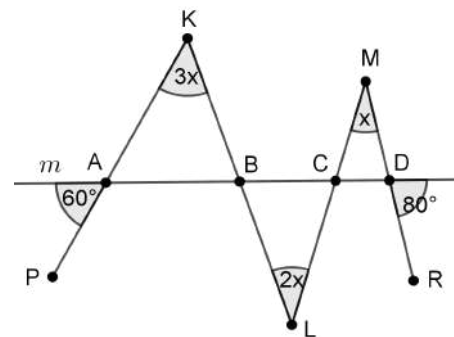
Życzymy powodzenia!

**Test matematyczny do klasy uniwersyteckiej I e
dla uczniów szkół podstawowych
IV Liceum Ogólnokształcące im. Tadeusza Kościuszki w Toruniu
21.06.2023**

1. Oblicz
$$\frac{\sqrt[3]{\left(\frac{4}{9} - \frac{5}{12}\right) : 0,75 - \left[\left(-\frac{4}{9}\right) : \left(\frac{5}{12} - 0,75\right)\right]}}{\left(-\frac{4}{9}\right)^2 : (0,4)^2 - \left(\frac{1}{8,1} + 0,(1)\right)}.$$

2. Uprość wyrażenie $\frac{1}{2} \cdot x \cdot (3x - 2y) \cdot (6x + 4y) - [(x - 2y^2)^2 - x^2 + 3]$,
a następnie oblicz jego wartość liczbową dla
 $x = -2\sqrt[3]{3}$ i $y = \frac{3}{\sqrt{2}}.$

3. Łamaną $PKLMR$ przecięto prostą m . Punkty A, B, C i D są punktami wspólnymi łamanej i prostej. Wskazane na rysunku kąty o wierzchołkach A i D mają miary odpowiednio 60° i 80° . Wiadomo także, że $|\angle AKB| = 3x$, $|\angle BLC| = 2x$ i $|\angle CMD| = x$. Oblicz x i podaj miary wszystkich kątów wewnętrznych trójkątów ABK , BLC i CDM .



4. Uzasadnij, że jeżeli cyfry a i b są takie, że $a > b > 0$, to liczba $n = \overline{aaab} - \overline{aaba} + \overline{abaa} - \overline{baaa}$ jest podzielna przez 9. (Zapis $\overline{aaab}$ oznacza liczbę czterocyfrową o cyfrach a, a, a, b .)
5. Basen ma trzy rury odpływowe. Używając tylko pierwszej z nich, można opróżnić basen w ciągu 6 godzin. Opróżnienie basenu przy użyciu tylko drugiej z nich zajmuje 8 godzin, a przy użyciu tylko trzeciej z nich 12 godzin. W celu opróżnienia pełnego basenu włączono wszystkie trzy urządzenia. Po 1 godzinie i 40 minutach zepsuł się najbardziej efektywny odpływ, a po dalszych 24 minutach trzeba było dodatkowo zablokować najmniej efektywny odpływ.
- Jak długo powinno jeszcze pracować jedyne sprawne urządzenie, aby całkowicie opróżnić basen? O ile procent wydłużył się całkowity czas opróżniania basenu w stosunku do czasu zamierzonego?
6. Ile jest liczb czterocyfrowych o tej własności, że iloczyn ich cyfr jest równy 18? Ile jest wśród nich liczb podzielnych przez 4?
7. Kwadrat $ABCD$ o boku długości 4 jest podstawą prostopadłościanu o krawędziach bocznych AA' , BB' , CC' , DD' długości 6. Punkty K, L, M , i N są środkami krawędzi, odpowiednio, $A'B'$, $B'C'$, $C'D'$ i $D'A'$. Z prostopadłościanu odcinamy cztery ostrosłupy: $AA'KN$, $BB'LK$, $CC'ML$ i $DD'NM$.
- (a) Jakimi figurami są ściany otrzymanego po odcięciu ostrosłupów wielościanu? Narysuj każdą z różniących się ścian i podaj długości jej boków.
- (b) Oblicz pole powierzchni otrzymanego wielościanu.

Uwaga!

Rozwiązania powinny zawierać komentarze i uzasadnienia.

Życzymy powodzenia!

Test matematyczny do klasy uniwersyteckiej I e
dla uczniów szkół podstawowych
IV Liceum Ogólnokształcące im. Tadeusza Kościuszki w Toruniu
14.06.2022

1. Oblicz

$$\frac{\left(0,4 - \frac{1}{3}\right) : \left(\left(\frac{1}{3}\right)^2 - (-0,4)^2\right)}{(0,(34) - 0,(43)) \cdot [(\sqrt{33} - \sqrt{44})(\sqrt{33} + \sqrt{44}) - 4]}.$$

2. Uprość wyrażenie

$$\frac{xy + (4x - y)(x + 4y)}{4} - (x + 2y)^2,$$

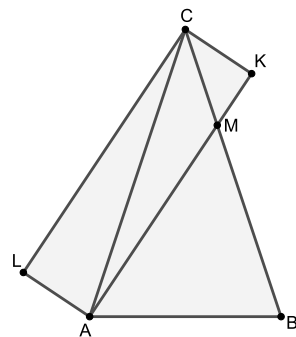
a następnie oblicz jego wartość liczbową dla $x = 1 - 2\sqrt{2}$ i $y = -3 \cdot \sqrt{\frac{2}{15}}$.

3. Wierzchołkami czworokąta $ABCD$ są punkty

$$A = (6, -11), B = (12, -7), C = (8, 15), D = (-10, 9).$$

Punkty M i P są odpowiednio środkami boków AB i CD . Punkty X i Y są odpowiednio środkami przekątnych AC i BD . Oblicz odległość między środkami odcinków MP i XY . Porównaj długości odcinków YM i PX . Jakim czworokątem jest $MXPY$?

4. Trójkąt ABC jest równoramienny, przy czym $|AC| = |BC|$. Czworokąt $AKCL$ jest prostokątem. Odcinki AK i BC przecinają się w punkcie M (patrz rysunek). Ponadto $|\angle ACB| = 2 \cdot |\angle LCA|$. Oblicz miary kątów wewnętrznych trójkąta ABC , jeśli wiadomo, że trójkąt ABM jest równoramienny. Rozważ wszystkie możliwe przypadki.



5. Z cyfr a i b , różnych od zera i takich, że $a > b$, tworzymy cztery liczby 4-cyfrowe: $\overline{aabb}$, $\overline{abab}$, $\overline{baaa}$ i $\overline{baba}$. Uzasadnij, że liczba $2 \cdot (\overline{aabb} - \overline{baba}) - (\overline{abab} - \overline{baaa})$ dzieli się przez 111.
6. Jeśli liczbę a powiększymy o 10%, a liczbę b pomniejszymy o 25%, to suma uzyskanych w ten sposób liczb będzie taka sama jak suma liczb a i b . Niech k będzie liczbą mniejszą o 25% od liczby a i niech m będzie liczbą większą o 10% od liczby b . Która z liczb jest większa, $a + b$, czy $k + m$? O ile procent suma $k + m$ różni się od sumy $a + b$?
7. Ile jest liczb 6-cyfrowych podzielnych przez 15, zbudowanych tylko z cyfr 2 i 0?

Uwaga!

Rozwiązania powinny zawierać komentarze i uzasadnienia.

Życzymy powodzenia!

**Test matematyczny do klasy uniwersyteckiej I e
dla uczniów szkół podstawowych
IV Liceum Ogólnokształcące im. Tadeusza Kościuszki w Toruniu
7.06.2022**

1. Oblicz $\left(8 - \frac{5}{6 - \frac{3}{4 - \frac{1}{2}}}\right) : \frac{\frac{2}{3} - a}{2}$, gdzie $a = \frac{0,(5)}{0,5} \cdot 0,05$.

2. Uprość wyrażenie

$$(a - 2b)^2 + \frac{1}{4} [(4a - b)(4a + b) - 3b^2] + 4ab,$$

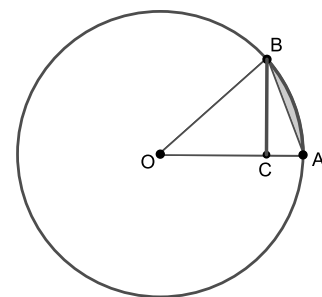
a następnie oblicz jego wartość liczbową dla $a = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ i $b = -\frac{1}{\sqrt{3}}$.

3. Wierzchołkami trójkąta ABC są punkty

$$A = (-4, 3), B = (2, -7), C = (10, 5).$$

Punkt K jest środkiem boku AC , punkt M jest środkiem boku BC . Oblicz pole czworokąta $ABMK$.

4. Punkty A i B leżą na okręgu o środku O i promieniu 8. W trójkącie OAB poprowadzono wysokość BC i $|BC| = 4$. Oblicz długości odcinków OC i CA oraz pole i obwód zacieniowanej figury (patrz rysunek).

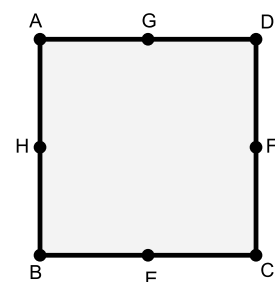


5. Uzasadnij, że jeśli trzycyfrowa liczba $\overline{abc}$ jest podzielna przez 3, to liczba $M = \overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}$ jest podzielna przez 9.

6. Oszczędności Antka są o 50% większe od oszczędności Bartka. Antek otrzymał od Bartka 84 zł i w ten sposób zwiększył swój stan posiadania o 20%. Czy prawdą jest, że zasoby Bartka na początku były większe od obecnych o więcej niż 40%?

7. W kwadracie o boku 2 wyróżniono cztery wierzchołki oraz cztery środki boków (patrz rysunek). Rozważamy wszystkie możliwe trójkąty, których wierzchołkami są trzy punkty wybrane spośród wyróżnionych ośmiu punktów. Ile dostrzegasz różnych kształtów trójkątów o polu równym a) $\frac{1}{2}$, b) 1, c) $\frac{3}{2}$, d) 2?

Do każdego z podpunktów podaj odpowiedni zestaw rysunków. Ile jest wszystkich trójkątów o polu równym 1?



Uwaga!

Rozwiązania powinny zawierać komentarze i uzasadnienia.

Życzymy powodzenia!

**Test matematyczny do klasy uniwersyteckiej Ie
dla uczniów szkół podstawowych
IV Liceum Ogólnokształcące im. Tadeusza Kościuszki w Toruniu
15.06.2021**

1. Oblicz

$$\frac{\left(\frac{4}{5} + \frac{6}{5} : \left(0,4 - \frac{1}{0,4}\right)\right) \cdot \frac{7}{8}}{\left(-\frac{3}{7}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{20} + \frac{2}{15} - \frac{5}{9}\right)}.$$

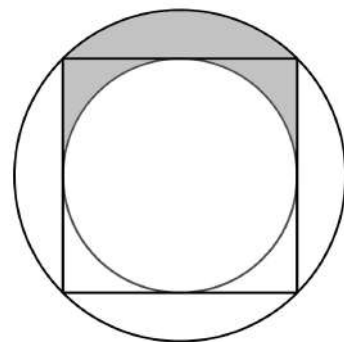
2. Uprość wyrażenie

$$\left[3x(3x - 2y) + 9y^2 - (x - 3y)^2\right] \cdot \left(\frac{1}{2}y\right)^4,$$

a następnie oblicz jego wartość liczbową dla $x = -0,4$ i $y = \sqrt{\frac{5}{2}}$.

3. Na prostej k znajdują się trzy punkty A , B , C . Na prostej l , równoległej do prostej k i od niej różnej, znajdują się cztery punkty K , L , M , N . Ile jest różnych trójkątów o wierzchołkach w tych punktach?
4. W trapezie równoramiennym $ABCD$ o dłuższej podstawie AB przekątna AC dzieli kąt ostry o wierzchołku A na dwa kąty o miarach, które pozostają w stosunku $1 : 2$. Przekątne AC i BD przecinają się w punkcie O i $|\angle DOA| = 48^\circ$. Oblicz miary kątów tego trapezu. Rozważ wszystkie przypadki.
5. W dwóch beczkach było łącznie 160 litrów wody. Z pierwszej beczki przelano do drugiej tyle wody, że zawartość drugiej beczki wzrosła o 60%. Następnie z drugiej beczki przelano do pierwszej tyle wody, że zawartość pierwszej beczki wzrosła o 25%. Po tych dwóch operacjach obie beczki zawierały tyle samo wody. Ile wody było w każdej beczce na początku?
6. W pięciokącie $ABCDE$ kąty ABC , ACD i DEA są proste. Ponadto $|DE| = |EA|$. Oblicz pole i obwód pięciokąta $ABCDE$ wiedząc, że $|AB| = 3$, $|BC| = 4$, $|CD| = 12$.
7. W kwadrat o boku 8 wpisano okrąg i na tym kwadracie opisano okrąg (rysunek).

- (a) Porównaj pole mniejszego koła z polem pierścienia utworzonego przez oba te okręgi.
- (b) Oblicz pole zamalowanego obszaru.



Uwaga!
Rozwiązania powinny zawierać komentarze i uzasadnienia.

Życzymy powodzenia!

**Test matematyczny do klasy uniwersyteckiej Ie
dla uczniów szkół podstawowych
IV Liceum Ogólnokształcące im. Tadeusza Kościuszki w Toruniu
08.06.2021**

1. Oblicz

$$\frac{\left(1,2 + \frac{1}{1,2 - \frac{1}{1,2}}\right) : \left(\frac{1}{3} - 2\frac{3}{11}\right)}{3,2 + 1,8 : \left(\frac{3}{5} - 1,1\right)} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4.$$

2. Uprość wyrażenie

$$\left[(5x - 2)^2 - 4 - 16x(x - 1)\right] \cdot (4,5x + 2) + 8x,$$

a następnie oblicz jego wartość liczbową dla $x = -\frac{\sqrt[3]{4}}{3}$.

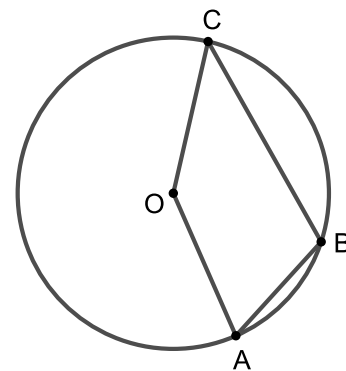
3. Ile jest liczb pięciocyfrowych podzielnych przez 4 i zapisanych tylko przy pomocy cyfr 2 i 4? Które z nich są podzielne przez 12?

4. Trójkąt ABC ma wierzchołki $A = (-9, 2)$, $B = (7, -3)$, $C = (3, 11)$. Punkt D jest środkiem odcinka BC , punkt E jest środkiem odcinka AD . Oblicz długość odcinka DE oraz pole trójkąta DCE .

5. Z ułamka $\frac{a}{b}$, gdzie a , b są liczbami całkowitymi dodatnimi, tworzymy dwa ułamki $\frac{c}{d}$ i $\frac{k}{l}$. Ułamek $\frac{c}{d}$ tworzymy z ułamka $\frac{a}{b}$, zwiększając licznik tego ułamka o 10% i zmniejszając mianownik tego ułamka o 20%. Ułamek $\frac{k}{l}$ tworzymy z ułamka $\frac{a}{b}$, zwiększając licznik tego ułamka o 20% i zmniejszając mianownik tego ułamka o 10%. Który z ułamków, $\frac{c}{d}$ czy $\frac{k}{l}$, jest większy?

6. Wierzchołki A , B , C czworokąta $ABCO$ należą do okręgu o środku O (rysunek). W czworokącie tym kąt wewnętrzny COA ma 150° , a kąt BCO jest dwa razy mniejszy od kąta OAB .

Oblicz miary kątów wewnętrznych tego czworokąta przy wierzchołkach A , B i C .



7. Rowerzysta jadący ze stałą prędkością $20\frac{km}{h}$ wyruszył z miejscowości A do miejscowości B o 9:00. O tej samej godzinie z miejscowości B w kierunku miejscowości A wyruszył turysta, który poruszał się ze stałą prędkością $6\frac{km}{h}$. Rowerzysta i turysta spotkali się na trasie o 9:30. O której godzinie każdy z nich dotrze do swojego celu?

Uwaga!

Rozwiązania powinny zawierać komentarze i uzasadnienia.

Życzymy powodzenia!

**Test matematyczny do klasy uniwersyteckiej Ie
dla uczniów szkół podstawowych
IV Liceum Ogólnokształcące im. Tadeusza Kościuszki w Toruniu
01.07.2020**

1. Rozwiąż równanie z niewiadomą x :

$$\frac{2,58x}{5,3x - 2,5 \cdot \left(\frac{x - 1,2 \cdot 0,5}{\frac{3}{4} : 1,5} \right)} = \frac{3}{5}.$$

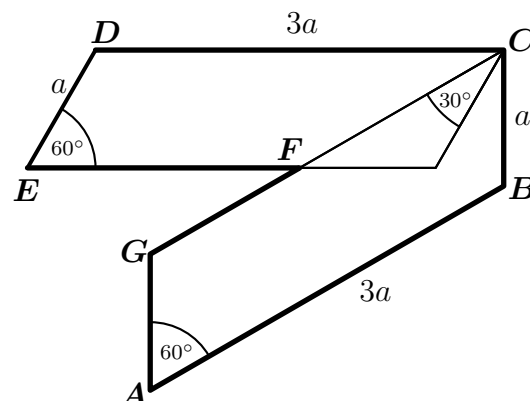
2. Dziesięciu członków rodziny odwiedziło małżeństwo świętujące jubileusz. Policzone, że średni wiek gości wynosił 30 lat. Gdy do pokoju, w którym przebywali wszyscy goście, weszli jubilaci, średni wiek osób obecnych w pokoju wzrósł o 20%. Wiadomo, że jubilat był starszy od żony o dwa lata. W jakim wieku byli jubilaci?

3. Uprość wyrażenie

$$12 \left(a - \frac{b}{3} \right) (3a + b) - (9a^2 - (2b - 3a)^2),$$

a następnie oblicz jego wartość dla $a = -\frac{2}{\sqrt{3}}$ i $b = \frac{1}{4\sqrt{6}}$.

4. Dwie identyczne kartki w kształcie równoległoboku o bokach a i $3a$ oraz kącie ostrym o mierze 60° ułożono jedną na drugiej, a następnie tę, która leżała na wierzchu obrócono o 30° dookoła wierzchołka jednego z kątów ostrych, podczas gdy kartka leżąca pod spodem pozostała nieruchoma (rysunek).



Powierzchnie obu kartek łącznie tworzą siedmiokąt $ABCDEFGH$, zaznaczony na rysunku pogrubioną linią. Oblicz pole powierzchni i obwód tego siedmiokąta.

5. Z dwóch miejscowości wyruszają jednocześnie naprzeciw siebie dwaj piechurzy. Pierwszy z nich na przebycie całej drogi potrzebuje 1 godzinę i 20 minut, a drugi 2 godziny. Po ilu minutach od chwili wyruszenia w drogę piechurzy spotkają się?

Jaki procent drogi przebytej do momentu spotkania pozostanie jeszcze każdemu z nich do przejścia? (Zakładamy, że każdy z nich porusza się ze swoją stałą prędkością.)

6. Wypisz wszystkie liczby sześciocyfrowe, których suma cyfr jest równa 3. Ile z nich to wielokrotności liczby 12?

7. W prostopadłościanie o krawędziach wychodzących z jednego wierzchołka długości 12, 12 i 24 środki każdych dwóch sąsiednich ścian połączono odcinkiem. Poprowadzone odcinki są krawędziami pewnego „nowego” wielościanu.

- Podaj długości utworzonych odcinków.
- Narysuj ściany „nowego” wielościanu i oblicz jego pole powierzchni całkowitej.
- Narysuj siatkę tego wielościanu.

Uwaga!

Rozwiązania powinny zawierać komentarze i uzasadnienia.

**Test matematyczny do klasy uniwersyteckiej Ie
dla uczniów szkół podstawowych
IV Liceum Ogólnokształcące im. Tadeusza Kościuszki w Toruniu
23.06.2020**

1. Oblicz $\frac{2,4 + 12,6 : 8\frac{2}{5}}{\frac{62}{75} - 0,16} : [(\frac{2}{15} + \frac{1}{12}) : \frac{2}{3}]$.
2. Dane są punkty $A = (-3, -1)$, $D = (-6, 12)$, $X = (2, 3)$, przy czym punkt X jest równocześnie środkiem odcinka AC i odcinka DB . Znajdź współrzędne punktów B i D . Oblicz pole czworokąta $ABCD$.
3. Uprość podane wyrażenie

$$\frac{1}{2}[(4a - b)^2 - 4a(a - 2b) - (2a - b)(2a + b)],$$

a następnie oblicz jego wartość dla $a = -\frac{\sqrt{6}}{2}$, $b = 1 + \sqrt{3}$.

4. Dany jest trójkąt ABC . Punkt D należy do boku BC , $|CA| = |CD|$ i $|\angle DAC| = 2|\angle BAD|$. Punkt E należy do boku AC i półprosta BE jest dwusieczną kąta ABC . Proste AD i BE przecinają się w punkcie O i $|\angle BOD| = 42^\circ$. Znajdź miary kątów trójkąta ABC .
5. Średnia obliczona z wielkości wydatków dokonanych od poniedziałku do piątku włącznie okazała się o 15% wyższa od średniej z wielkości wydatków poniesionych przez pierwsze cztery dni, która wynosiła 64 zł. Ile złotych wydano w piątek?
6. Wskaż wszystkie komplety cyfr, z których utworzone mogą być zapisy liczb czterocyfrowych o tej własności, że iloczyn ich cyfr jest równy 24.
Znajdź wszystkie liczby czterocyfrowe podzielne przez 3, których iloczyn cyfr jest równy 24.
7. Z graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego, o wszystkich krawędziach długości 12, utworzono nowy wielościan w następujący sposób.
- Wyznaczono środki wszystkich krawędzi.
 - Odcięto pojedynczy narożnik, zawierający jeden wierzchołek, w ten sposób, żeby płaszczyzna cięcia przechodziła przez środki trzech krawędzi wychodzących z tego wierzchołka.
 - W analogiczny sposób odcięto pozostałe narożniki płaszczyznami przechodzącymi przez wyznaczone na początku środki krawędzi.

Jakiego kształtu ściany ma nowopowstały wielościan? Podaj długości ich boków i oblicz pole powierzchni całkowitej tej nowej figury przestrzennej.

Uwaga!
Rozwiązania powinny zawierać komentarze i uzasadnienia.

Test matematyczny do klasy uniwersyteckiej 1e
dla uczniów szkół podstawowych
IV Liceum Ogólnokształcące im. Tadeusza Kościuszki w Toruniu
4 czerwca 2019

1. Oblicz:

$$\frac{0,128 : 3,2 + 0,86}{0,8 + 1,2 \cdot \frac{5}{6}} \cdot \frac{\left(1\frac{32}{63} - \frac{13}{21}\right) \cdot 3,6}{0,003 - \left(0,12 + 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^5\right) : 2,5}.$$

2. Dwie książki kosztowały łącznie 46 zł, przy czym 40% ceny jednej książki stanowiło 75% ceny drugiej książki. Tańsza książka potaniała o 20%, a droższa podrożała o 20%.
- a) Jakie były ceny książek przed zmianami i po zmianach cen?
- b) Czy prawdą jest, że różnica cen tych książek wzrosła więcej niż 2 razy?
3. Punkty $A = (-10, -3)$, $B = (-2, -13)$, $C = (6, 5)$, $D = (4, 15)$ są wierzchołkami czworokąta $ABCD$. Punkty K , L , M , N są odpowiednio środkami boków AB , BC , CD , DA .
- a) Podaj współrzędne punktów K , L , M , N .
- b) Oblicz pole i obwód czworokąta $KLMN$.
- c) Jakie własności ma czworokąt $KLMN$?
4. Wskaż trzy ułamki zwykłe, które mają tę własność, że suma ich kwadratów jest równa sumie ich sześciątów, wiedząc, że drugi z tych ułamków jest dwa razy większy od pierwszego ułamka, a trzeci ułamek jest trzy razy większy od drugiego ułamka.
5. Na okręgu o środku O znajdują się punkty $A_1, A_2, \dots, A_{10}$ o tej własności, że kąty $A_1OA_2, A_2OA_3, \dots, A_9OA_{10}, A_{10}OA_1$ mają miarę 36° . Punkty te są wierzchołkami dziesięciokąta $A_1A_2A_3 \dots A_{10}$. Oblicz miary kątów przecięcia się przekątnych A_1A_3 i A_2A_4 .
6. Na półce stały modele ostrosłupów trójkątnych, czworokątnych oraz prostopadłościanów. Nauczyciel zdjął z półki kilka modeli i postawił na stole. Zosia policzyła, że bryły te mają łącznie 37 wierzchołków i 33 ściany. Zbadaj, jakie modele nauczyciel postawił na stole.
7. Dany jest graniastosłup prawidłowy sześciokątny o podstawie $ABCDEF$ i krawędziach bocznych $AA', BB', CC', DD', EE', FF'$. Każdą parę wierzchołków graniastosłupa połączono odcinkiem. Odcinki, które **zawierają się** w którejkolwiek ścianie bocznej lub w którejkolwiek podstawie, są czerwone. Odcinki, które **nie zawierają się w żadnej ścianie bocznej i nie zawierają się w żadnej podstawie**, są niebieskie. Rozważamy trójkąty, których jednym z wierzchołków jest punkt A .
- a) Których trójkątów jest więcej: tych, które mają dwa boki niebieskie i jeden czerwony, czy tych, które mają dwa boki czerwone i jeden niebieski?
- b) Oblicz obwód jednego z trójkątów o dwóch bokach niebieskich i jednym czerwonym, wiedząc, że wszystkie krawędzie graniastosłupa mają długość 6 cm.

Uwaga!

Rozwiązania powinny zawierać komentarze i uzasadnienia.

Test matematyczny do klasy uniwersyteckiej 1e
dla uczniów szkół podstawowych
IV Liceum Ogólnokształcące im. Tadeusza Kościuszki w Toruniu
28 maja 2019

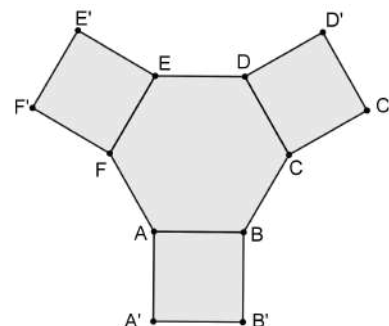
1. Oblicz:

$$\frac{0,32 + 0,68 : 1,7}{6,3 + (-0,5)^3 : \frac{1}{20}} \cdot 0,19 \cdot \left(\frac{1}{0,9} - \frac{1}{0,4} \right).$$

2. Dokładnie rok temu Józek miał 144 cm wzrostu. Przez ten rok jego wzrost zwiększył się o 6,25%. Brat Józka, Franek, jest obecnie wyższy od niego o 19 cm. Wzrost Franka przez ostatni rok zwiększył się o 7,5%.

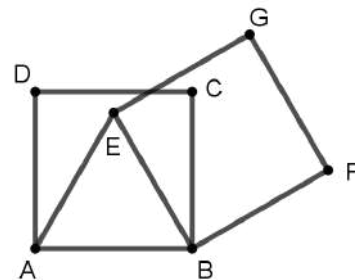
- Jakiego wzrostu Franek był przed rokiem?
- Jakiego wzrostu są teraz obaj chłopcy?
- O ile procent zmieniła się w ciągu ostatniego roku różnica między ich wzrostem?

3. Na bokach AB , CD i EF sześciokąta foremnego $ABCDEF$ zbudowano kwadraty $AA'B'B$, $CC'D'D$ i $EE'F'F$, których wnętrza nie zawierają się we wnętrzu sześciokąta (patrz rysunek). Długość boku sześciokąta jest równa 2. Oblicz pole sześciokąta $A'B'C'D'E'F'$.



4. Uprość wyrażenie $4x(3x(2x(x-1) + 3x) - 4x^2) + 4x^3$,
 a następnie oblicz jego wartość liczbową dla $x = -\sqrt{\frac{3}{2}}$.

5. Czworokąt $ABCD$ jest kwadratem. Trójkąt ABE jest równoboczny i zawiera się w kwadracie $ABCD$. Czworokąt $BFGE$ jest kwadratem, który nie zawiera trójkąta ABE (patrz rysunek). Uzasadnij, że trójkąt BGD jest równoboczny.



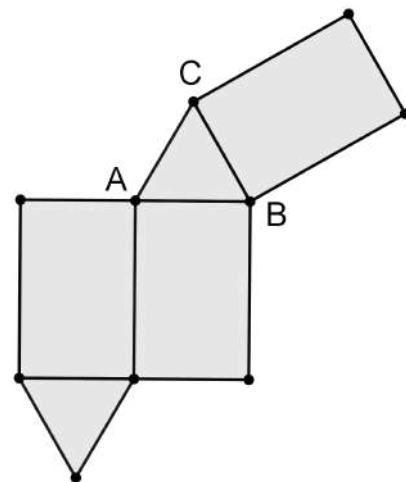
6. Dane są punkty $A = (0, 0)$, $B = (0, 1)$, $C = (0, 2)$, $D = (1, 0)$, $E = (2, 0)$, $F = (0, -1)$. Rozważamy wszystkie trójkąty, których wierzchołkami są trzy punkty wybrane spośród wymienionych punktów.

- Ile różnych liczb potrzeba, aby wyznaczyć przez nie pola tych trójkątów?
- Dla każdej wartości pola wymień wszystkie trójkąty, które mają wskazane pole.

Uwaga: Dwa różne trójkąty mają co najwyżej dwa wierzchołki wspólne.

7. Mrówka wędruje po powierzchni graniastoslupa prawidłowego trójkątnego o podstawie ABC i krawędziach bocznych AA' , BB' i CC' . Wiadomo, że $|AB| = 6$, $|AA'| = 8$. Trasa mrówki składa się z odcinków tworzących łamaną $AKLMNOA$, przy czym punkty K , L , M , N , O są odpowiednio środkami krawędzi AB , BB' , $B'C'$, $A'C'$ i AA' .

- Oblicz długość trasy mrówki.
- Narysuj trasę mrówki na szkicu przestrzennym graniastoslupa oraz na siatce naszkicowanej obok.
- Czy któreś z odcinków trasy są równoległe?



Uwaga!

Rozwiązania powinny zawierać komentarze i uzasadnienia.